

BAB 2

TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Penelitian Terdahulu

Pada tinjauan penelitian terdahulu, melalui sumber Seminar Nasional Aplikasi Teknologi Informasi, “*Mix Design* Beton Metode SKSNI dan ACI dengan Bantuan Bahasa Pemrograman Komputer” yang ditulis oleh Widi Hartono menyimpulkan antara lain adalah perlu diketahuinya data-data bahan-bahan yang dipakai untuk merencanakan program komputer untuk perancangan *Mix Design*. Dari data-data tersebut direncanakan penyelesaian dalam bentuk Algoritma yang sistematis sehingga mudah diterjemahkan ke dalam bahasa pemrograman

2.2. Beton

Beton dalam sebuah struktur yang masif seperti balok, kolom, dermaga atau bendungan dimana volumenya yang sebesar itu membutuhkan cara khusus untuk mengatasi pembentukan panas dan perubahan volume yang berkelanjutan.

2.2.1. *Materials And Mix Proportions*

Panas hidrasi semen adalah fungsi dari komposisi senyawa dan tingkat kehalusannya. Jika terjadi kenaikan suhu, dan selanjutnya terjadi penurunan suhu sebesar 30 °C dimana penurunan ini sangat besar yang dapat menimbulkan retak termal, salah satu cara untuk mengurangi kejadian ini adalah dengan mengurangi kandungan semen dari beton asalkan tidak mengorbankan kekuatan minimum dan persyaratan kemampuan kerja yang dibutuhkan

Sumber: P.K. Mehta *and* P.J.M. Monteiro, *Concrete: Microstructure, Properties, and Materials*

2.2.2. *Cement Content*

Dengan menggunakan berbagai cara atau metode adalah mungkin untuk mencapai kandungan semen serendah 100 kg/m^3 dalam beton massal yang sesuai untuk interior pada bendungan gravitasi. Dengan kandungan semen serendah itu, bahkan semen Portland ASTM tipe II dianggap memadai, substitusi 20 persen pozzolan dengan volume semen portland menghasilkan penurunan yang lebih dalam kenaikan suhu adiabatik

Sumber: P.K. Mehta and P.J.M. Monteiro, *Concrete: Microstructure, Properties, and Materials*

2.2.3. *Aggregate*

Dengan campuran beton untuk bendungan, segala macam cara atau metode yang mungkin untuk mengurangi kadar air, yang harus sesuai dengan pengurangan kandungan semen (yakni, mempertahankan rasio air – semen konstan), harus diselidiki. Dalam hal ini, dua metode yang hemat biaya adalah pemilihan ukuran agregat kasar yang terbesar, dan pemilihan dua atau lebih kelompok ukuran individual dari agregat kasar yang harus dikombinasikan untuk menghasilkan gradasi mendekati kepadatan maksimum pada pepadatan. (*minimum void content*).

Pada rasio air – semen dan konsistensi tertentu, karena ukuran agregat maksimum meningkat, baik air dan kandungan semen menjadi berkurang. Kandungan agregat dan mineralogi memiliki pengaruh besar pada sifat-sifat yang penting untuk beton massal, seperti modulus elastisitas, koefisien ekspansi termal, difusivitas, dan kapasitas regangan. Koefisien ekspansi termal merupakan salah satu parameter yang menentukan tegangan tarik pada saat pendinginan. Dengan

segala komposisi yang tetap sama, pemilihan tipe ukuran agregat dapat mengurangi koefisien ekspansi termal dengan faktor lebih dari 2.

Sumber: P.K. Mehta *and* P.J.M. Monteiro, *Concrete: Microstructure, Properties, and Materials*

2.3. Rancang Campur (*Mix Design*)

Selain tipe ukuran terbesar sebuah agregat, penentuan kadar air harus berdasarkan konsistensi beton segar yang paling kuat, yang dapat secara cukup dicampur, ditempatkan dan dipadatkan. Apabila peralatan di tempat kerja kurang memadai untuk penanganan beton dengan konsistensi yang kuat, peralatan *alternative* harus dicari daripada menambahkan jumlah air dan kandungan semen pada campuran beton.

Dalam kasus *precooled concrete* atau beton pracetak, campuran uji lab juga harus dibuat pada suhu rendah karena air yang sedikit akan dibutuhkan untuk mencapai konsistensi pada suhu 5°C daripada yang digunakan pada suhu normal ruangan (20°C), dikarenakan hidrasi semen yang lambat pada suhu yang rendah. Penentuan kandungan semen untuk pengecoran massal dipandu oleh hubungan air – semen rasio dan kekuatan, yang secara signifikan dipengaruhi oleh tekstur agregat.

Sumber: P.K. Mehta *and* P.J.M. Monteiro, *Concrete: Microstructure, Properties, and Materials*

2.3.1. Kebutuhan Air Pencampur

Banyaknya air untuk tiap satuan isi beton yang dibutuhkan agar menghasilkan slump tertentu tergantung pada:

- Ukuran nominal maksimum, bentuk partikel dan gradasi agregat;
- Temperatur beton;
- Perkiraan kadar udara, dan;
- Penggunaan bahan tambahan kimia.

Slump tidak terlalu dipengaruhi oleh jumlah semen atau bahan bersifat semen lainnya dalam tingkat pemakaian normal, penggunaan sedikit bahan tambahan mineral yang halus dapat mengurangi kebutuhan air, perkiraan kebutuhan air untuk beberapa ukuran agregat dan target slump yang diinginkan dapat dilihat pada Tabel 2.1 (Tabel 2 SNI 7656 – 2012).

Perbedaan dalam kebutuhan air tidak selalu ditunjukkan dalam kekuatan mengingat adanya factor – gaktor penyimpanan lainnya yang juga terlibat. Agregat kasar yang bundar dan bersudut, keduanya bermutu baik dan memiliki gradasi yang sama, dapat diharapkan menghasilkan beton dengan kekuatan tekan yang kira – kira sama untuk jumlah semen yang sama, sekalipun ada perbedaan dalam rasio air – semen atau rasio air – (semen + pozolanik) yang dihasilkan dari kebutuhan air pencampur yang berbeda.

Bentuk partikel agregat tidak selalu merupakan indicator, baik lebih tinggi atau lebih rendah dari kekuatan rencana.

Sumber: SNI 7656 – 2012, Tata cara pemilihan campuran untuk beton normal, beton berat dan beton massa, Badan Standardisasi Nasional.

Tabel 2.1. Perkiraan Kebutuhan Variasi Air, Kadar Udara, Dan Agregat Maksimum Dalam *Slump*

Air (kg/m ³) untuk ukuran nominal agregat maksimum batu pecah								
Slump	9.5	12.7	19	25	37.5	50	75	150
(mm)	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Beton tanpa penambahan udara								
25-50	207	199	190	179	166	154	130	113
75-100	228	216	205	193	181	169	145	124
150-175	243	228	216	202	190	179	160	-
>175	-	-	-	-	-	-	-	-
Banyak udara dalam beton (%)								
Udara	3	2.5	2	1.5	1	0.5	0.3	0.2
Beton dengan penambahan udara								
25-50	181	175	168	160	150	142	122	107
75-100	202	193	184	175	165	157	133	119
150-175	216	205	197	184	174	166	154	-
>175	-	-	-	-	-	-	-	-
Jumlah kadar udara yang disarankan untuk tingkat paparan (%)								
Ringan	4.5	4.0	3.5	3.0	2.5	2.0	1.5	1.0
Sedang	6.0	5.5	5.0	4.5	4.5	4.0	3.5	3.0
Berat	7.5	7.0	6.0	6.0	5.5	5.0	4.5	4.0

Sumber: Tabel 2 SNI 7656 – 2012

2.3.2. Hubungan Antara Rasio Air – Semen Dan Kekuatan Beton

Rasio air – semen atau air – (semen + pozolanik) yang diperlukan tidak hanya ditentukan oleh syarat kekuatan, tetapi juga oleh beberapa factor diantaranya oleh keawetan. Oleh karena agregat, semen, dan bahan bersifat semen yang berbeda – beda umumnya menghasilkan kekuatan yang berbeda untuk rasio air – semen yang sama, sangat dibutuhkan adanya hubungan antara kekuatan dengan rasio air – semen dari bahan – bahan yang sebenarnya akan dipakai. Bila data tidak ada, maka perkiraan dan nilai lama dari betonyang menggunakan semen Portland tipe 1, diberikan dalam Tabel 2.2 (Tabel 3 SNI 7656 – 2012). Dengan bahan – bahan tertentu, nilai rasio air – semen akan memberikan kekuatan seperti dalam Tabel 2.2 (Tabel 3 SNI 7656 – 2012), berdasarkan hasil pengujian benda uji umur 28 hari yang dipelihara dalam kondisi baku di laboratorium.

Tabel 2. 2. Hubungan Antara Rasio Air – Semen (w/c) Atau Rasio Air – Bahan Bersifat Semen {w/(c+p)} Dan Kekuatan Beton.

Fck (MPa)	Rasio air semen (w/c)	
	Tanpa	Dengan
15	0.79	0.70
20	0.69	0.60
25	0.61	0.52
30	0.54	0.45
35	0.47	0.39
40	0.42	-

Sumber: Tabel 3 SNI 7656 – 2012

Keterangan:

Fck = Kekuatan rata rata beton umur 28 hari

Tanpa = Beton tanpa penambahan udara

Dengan= Beton dengan penambahan udara

2.3.3. Pemaparan Berat

Tabel 2.3. Maksimum Rasio Air – Semen (w/c) Atau Rasio {w/(c+p)} Yang Dijinkan Untuk Beton Tingkat Pemaparan Berat.

Tipe	Pengaruh	
	Basah	Air Laut
Tipis	0.45	0.4
Lainnya	0.5	0.45

Sumber: Tabel 4 SNI 7656 – 2012

Keterangan:

Tipe = Tipe struktur

Basah = Struktur selalu/sering kali basah dan terpapar pembekuan serta pencairan

Air laut= Struktur yang dipengaruhi air laut atau sulfat

2.3.4. Volume Agregat Kasar

Tabel 2.4. Volume Agregat Kasar Per Satuan Volume Beton

Agg Max(mm)	Vol agregat kasar			
	2.40	2.60	2.80	3.00
9.5	0.50	0.48	0.46	0.44
12.5	0.59	0.57	0.55	0.53
19.0	0.66	0.64	0.62	0.60
25.0	0.71	0.69	0.67	0.65
37.5	0.75	0.73	0.71	0.69
50.0	0.78	0.76	0.74	0.72
75.0	0.82	0.80	0.78	0.76
150.0	0.87	0.85	0.83	0.81

Sumber: Tabel 5 SNI 7656 – 2012

Keterangan:

Agg Max = Ukuran nominal agregat *Maximum*

Vol agregat kasar = Volume agregat kasar kering oven persatuan volume beton untuk berbagai modulus kehalusan dari agregat halus

2.3.5. Berat Awal Beton Segar

Tabel 2.5. Perkiraan Awal Berat Beton Segar

Agg Max(mm)	Perkiraan awal	
	Tanpa	Dengan
9.5	2280	2200
12.5	2310	2230
19.0	2345	2275
25.0	2380	2290
37.5	2410	2350
50.0	2445	2345
75.0	2490	2405
150.0	2530	2435

Sumber: Tabel 6 SNI 7656 – 2012

Keterangan:

Agg Max = Ukuran nominal agregat *Maximum*

Perkiraan awal = Perkiraan awal beton (kg/m^3)

Tanpa = Beton tanpa penambahan udara

Dengan = Beton dengan penambahan udara

2.4. Komposisi Material Beton

Sebelum menghitung / mencari komposisi material, diperlukan data – data awal sebagai berikut:

- 1) Kekuatan beton silinder, f_c' umur 28 hari, (**=fck**)
- 2) *Slump* dalam satuan mm (**= slump***)
- 3) Ukuran nominal agregat *Maximum* (**= AggMax**)
- 4) Cara pemaparan beton: Berat atau Ringan (**= Expose***)
- 5) Tipe struktur: Tipis atau lainnya (**=Tipe***)
- 6) Pengaruh: Basah atau Air laut/Sulfat (**=Infl***)
- 7) Data Material:
 - a. Semen
 - i. Berat Jenis Semen (**=Gc**)
 - ii. Beton dengan atau tanpa tambahan udara (**=Entrap***)
 - iii. Kadar udara (**=Level***)
 - b. Agregat Halus (Pasir)
 - i. Berat Jenis (SSD) , (**= Gfa**)
 - ii. Penyerapan (absorsi) Air (%) (**=AbFA**)
 - iii. Kelembaban / Kandungan Air (%) (**=MoFA**)
 - iv. Modulus kehalusan (**= FM**)
 - c. Agregat Kasar (Kerikil)
 - i. Berat Jenis (SSD) (**=Gca**)
 - ii. Penyerapan (absorsi) Air (%) (**= AbCA**)
 - iii. Kelembaban / Kandungan Air (%) (**=MoCA**)
 - iv. Berat Kering (**=DryRodCA**)
 - d. Pozolonik

- i. Berat Jenis (SSD) (=Gp)
- ii. Prosentase dalam berat (%), (=Fw)

Keterangan:

Tanda didalam kurung merupakan variable,

Variabel dengan tanda *(bintang) merupakan variabel pilihan.

Slump: (pilih 1,2,3,4,5,6)

- a. 1 = "25-50" (mm)
- b. 2 = "50-75" (mm)
- c. 3 = "75-100" (mm)
- d. 4 = "100-125" (mm)
- e. 5 = "125-150" (mm)
- f. 6 = "150-175" (mm)

Entrap: (pilih 1 atau 2)

- a. 1 = "tanpa" (beton tanpa penambahan udara)
- b. 2 = "dengan" (beton dengan penambahan udara)
 - i. Bila Entrap = 1 ("tanpa"), Level = 0
 - ii. Bila Entrap = 2 ("dengan"), Level = pilih 1, 2, 3

Level: (pilih 0,1,2,3)

- a. 0 = "udara" , (kandungan udara yang ada dalam beton)
- b. 1 = "ringan" (kadar udara yang disarankan untuk pemaparan ringan)
- c. 2 = "sedang" (kadar udara yang disarankan untuk pemaparan sedang)
- d. 1 = "berat" (kadar udara yang disarankan untuk pemaparan berat)

Expose: (pilih 1 atau 2)

- e. 1 = "ringan"
- f. 2 = "berat"
 - i. Bila Expose = 1 ("Ringan")
 - 1) Tipe (struktur) = 0 (tidak ditinjau)
 - 2) Infl (pengaruh) = 0 (tidak ditinjau)
 - ii. Bila Expose = 2 ("Berat")
 - 1) Tipe (struktur) = pilih 1 atau 2
 - 2) Infl (pengaruh) = pilih 1 atau 2

Tipe: (pilih 1 atau 2)

- a. 1 = "tipis"
- b. 2 = "lainnya"

Infl: (pilih 1 atau 2)

- a. 1 = "basah"
- b. 2 = "air laut/sulfat"

2.5. Mencari Berat Semen, Pasir, Kerikil Dan Air

2.5.1. Berdasarkan Berat

Misal :

Wt_{Water} = Berat air pencampur (kg)

Wt_{FlyAsh} = Berat pozolonic (kg)

Wt_{Cement} = Berat semen (kg)

Wt_{Coarse} = Berat agregat kasar (kg)

Wt_{Fine} = Berat agergat halus (kg)

Wt_{Fresh} = Berat beton segar (kg)

WC_{ratio} = w/c atau w/(c+p) rasio didapat dari Tabel 2.2.

WCP = w/c atau $w/(c+p)$ dicari dengan membandingkan $WCRatio$ dan $WCMax$

Bila pemaparan ringan:

$$WCP = WCRatio$$

Bila pemaparan berat:

$WCMax$ didapat dari Tabel 2.3.

Bila $WCRatio > WCMax$, $WCP = WCMax$

Bila $WCRatio < WCMax$, $WCP = WCRatio$

$WtWater$ didapat dari Tabel 2.1.

$WtCoarse$ didapat dari Tabel 2.4.

$WtFresh$ didapat dari Tabel 2.5.

$$WtFlyAsh = (Fw / 100) * WtWater / WCP$$

$$WtCement = (1 - Fw / 100) * WtWater / WCP$$

$$WtFine = WtFresh - (WtWater + WtCement + WtFlyAsh + WtCoarse)$$

2.5.2. Berdasarkan Volume

Misal :

$$VolWater = \text{Volume air (m}^3\text{)}$$

$$VolFlyAsh = \text{Volume pozolonik (fly ash / abu batu) (m}^3\text{)}$$

$$VolCement = \text{Volume semen (m}^3\text{)}$$

$$VolCoarse = \text{Volume agregat kasar (kerikil) (m}^3\text{)}$$

$$VolFine = \text{Volume agregat halus (pasir) (m}^3\text{)}$$

$$VolUdara = \text{Volume udara yang nilainya (m}^3\text{)}$$

$$WtvWater = \text{Berat air (berdasarkan volume, kg)}$$

$$WtvFlyAsh = \text{Berat pozolonik (fly ash / abu batu) (berdasarkan volume, kg)}$$

$W_{tvCement}$ = Berat semen (berdasarkan volume, kg)

$W_{tvCoarse}$ = Berat agregat kasar (kerikil) (berdasarkan volume, kg)

W_{tvFine} = Berat agregat halus (pasir) (berdasarkan volume, kg)

Hubungan persentase pozolanik berdasarkan berat (F_w) dengan persentase pozolanik berdasarkan volume (F_v)

$$F_v = \frac{1}{1 + \frac{G_p}{G_c} \left(\frac{1}{F_w} - 1 \right)} \quad (2.1)$$

$$W_{CPv} = \frac{G_c \times W_{CP}}{G_c \times (1 - F_v) + (G_p \times F_v)} \quad (2.2)$$

$$\text{VolWater} = W_{tWater} / 1000$$

$$\text{VolFlyAsh}$$

1) Jika $F_w = 0$, maka

$$\text{VolFlyAsh} = 0$$

2) Jika $F_w > 0$, maka

$$\text{VolFlyAsh} = (F_w / 100 * W_{tWater}) / (1000 * G_p * W_{CPv})$$

$$\text{VolCement} = (1 - F_w / 100) * W_{tWater} / (1000 * G_c * W_{CPv})$$

$$\text{VolCoarse} = W_{tCoarse} / (1000 * G_{ca})$$

$$\text{VolUdara} = \text{AirContent} / 100$$

$$\text{VolFine} = 1 - (\text{VolWater} + \text{VolCement} + \text{VolFlyAsh} + \text{VolCoarse} + \text{VolUdara})$$

$$W_{tvWater} = 1000 * \text{VolWater} = W_{tWater}$$

$$W_{tvFlyAsh} = 1000 * G_p * \text{VolFlyAsh}$$

$$W_{tvCement} = 1000 * G_c * \text{VolCement}$$

$$W_{tvCoarse} = 1000 * G_{ca} * \text{VolCoarse} = W_{tCoarse}$$

$$W_{tvFine} = 1000 * G_{fa} * \text{VolFine}$$

2.5.3. Koreksi Berdasarkan Berat

$W_{CorWater}$ = Berat air pencampur yang dikoreksi berdasarkan berat

$W_{CorFlyAsh}$ = Berat pozolonik yang dikoreksi berdasarkan berat

$W_{CorCement}$ = Berat semen yang dikoreksi berdasarkan berat

$W_{CorCoarse}$ = Berat agregat kasar yang dikoreksi berdasarkan berat

$W_{CorFine}$ = Berat agregat kasar yang dikoreksi berdasarkan berat

$$W_{CorWater} = W_{tWater} - W_{tCoarse} * (MoCA - AbCA) / 100 - W_{tFine} * (MoFA - AbFA) / 100$$

$$W_{CorFlyAsh} = W_{tFlyAsh}$$

$$W_{CorCement} = W_{tCement}$$

$$W_{CorCoarse} = W_{tCoarse} * (1 + MoCA / 100)$$

$$W_{CorFine} = W_{tFine} * (1 + MoFA / 100)$$

2.5.4. Koreksi Berdasarkan Volume

$W_{vCorWater}$ = Berat air pencampur yang dikoreksi berdasarkan volume

$W_{vCorFlyAsh}$ = Berat pozolonik yang dikoreksi berdasarkan volume

$W_{vCorCement}$ = Berat semen yang dikoreksi berdasarkan volume

$W_{vCorCoarse}$ = Berat agregat kasar yang dikoreksi berdasarkan volume

$W_{vCorFine}$ = Berat agregat kasar yang dikoreksi berdasarkan volume

$$W_{vCorWater} = W_{tvWater} - W_{tvCoarse} * (MoCA - AbCA) / 100 - W_{tvFine} * (MoFA - AbFA) / 100$$

$$W_{vCorFlyAsh} = W_{tFlyAsh}$$

$$W_{vCorCement} = W_{tCement}$$

$$W_{vCorCoarse} = W_{tvCoarse} * (1 + MoCA / 100)$$

$$W_{vCorFine} = W_{tvFine} * (1 + MoFA / 100)$$

2.6. Polynomial

Bentuk umum, polynomial adalah persamaan yang memiliki variabel berpangkat banyak. Secara umum persamaan dapat dilihat pada pers (2.3):

$$A_0x^n + A_1x^{n-1} + A_2x^{n-2} + \dots + A_{n-1}x + A_n = 0 \dots\dots\dots(2.3)$$

Bila $n = 2$, maka persamaan tersebut dinamakan persamaan kwadrat,

$$A_0x^2 + A_1x^1 + A_2x^0 = 0 \dots\dots\dots(2.4.a)$$

Atau dapat ditulis juga

$$Ax^2 + Bx + C = 0 \dots\dots\dots(2.4.b)$$

Dimana : $A_0 = A; A_1 = B; A_2 = C$

Akar persamaan dari pers (2.4.b) ;

$$x_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{(B^2 - 4AC)}}{2A}$$

Dengan kemungkinan,

- 1) x_1 dan $x_2 =$ Bilangan *real* semuanya
- 2) x_1 dan $x_2 =$ Bilangan kompleks semuanya

Bila $n = 3$, persamaan tersebut di namakan persamaan *Cubic*,

$$A_0x^3 + A_1x^2 + A_2x^1 + A_3x^0 = 0 \dots\dots\dots(2.5.a)$$

Atau :

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0 \dots\dots\dots(2.5.b)$$

Akar persamaan dari pers (2.5.b), menghasilkan 3(tiga) akar persamaan, x_1, x_2, x_3 yang mempunyai kemungkinan,

- 1) x_1, x_2 dan $x_3 =$ bilangan real semuanya
- 2) $x_1 =$ real ; x_2 dan $x_3 =$ bilangan kompleks

Untuk persamaan, berikutnya, tergantung jumlah pangkatnya, bila pangkat genap, nilainya bias kombinasai antara real semua, kompleks semua, kombinasi kompleks dan real, sedang bila pangkat ganjil, pasti juga mempunya hasil real semua, kompleks semua, juga kombinasi kompleks dan real, tetapi khusus yang berpangkat ganjil, pasti ada salah satu *real*.

2.6.1. Metode Newton – Raphson

Untuk mencari salah satu akar persamaan yang real dapat menggunakan metode Newton-Raphson, dengan cara sebagai berikut :

- 1) Fungsi $f(x) = A_0x^n + A_1x^{n-1} + A_2x^{n-2} + \dots + A_{n-1}x + A_n$
- 2) Tentukan dengan dugaan sembarang $x = x_o + \Delta h$; dimana $\Delta h = 1 \times 10^{-7}$
- 3) $f(x + \Delta h) = A_0(x + \Delta h)^n + A_1(x + \Delta h)^{n-1} + A_2(x + \Delta h)^{n-2} + \dots + A_{n-1}(x + \Delta h) + A_n$
- 4) Tentukan dengan dugaan sembarang $x = x_o$
- 5) $f(x) = A_0x^n + A_1x^{n-1} + A_2x^{n-2} + \dots + A_{n-1}x + A_n$
- 6) Hitung " $f'(x) = (f(x + \Delta h) - f(x)) / \Delta h$ "
- 7) Hitung nilai x , yang baru ,

$$x_i = x_o - \frac{f(x)}{f'(x)}$$
- 8) Cek apakah $x_i \approx x_o$,

Bila ya, langkah berikutnya (langkah 9), bila tidak, ulangi langkah 2 dengan

$$x_o = x_i$$

- 9) Akar persamaan yang dicari adalah $x = x_i$

2.6.2. Metode Bisection

Alternatif lain untuk mencari akar persamaan dengan Metode Bisection, dengan cara sebagai berikut:

- 1) Fungsi $f(x) = A_0x^n + A_1x^{n-1} + A_2x^{n-2} + \dots + A_{n-1}x + A_n$
- 2) Tentukan dengan dugaan sembarang $x = a$
- 3) $f(a) = A_0(a)^n + A_1(a)^{n-1} + A_2(a)^{n-2} + \dots + A_{n-1}(a) + A_n$
- 4) Tentukan dengan dugaan sembarang $x = b$
- 5) $f(b) = A_0(b)^n + A_1(b)^{n-1} + A_2(b)^{n-2} + \dots + A_{n-1}(b) + A_n$
- 6) Tentukan dengan dugaan sembarang $x = c$; dimana $c = \frac{(a+b)}{2}$
- 7) $f(c) = A_0(c)^n + A_1(c)^{n-1} + A_2(c)^{n-2} + \dots + A_{n-1}(c) + A_n$
- 8) Pengecekan apakah $f(x) \approx f(c)$
- 9) Bila ya, langkah 10,
bila tidak maka
 bila $f(x) < f(c)$; maka $b = c$, ulangi langkah 2
 bila $f(x) > f(c)$; maka $a = c$, ulangi langkah 2
- 10) Akar persamaan yang dicari adalah $x = c$

2.7. *Least Square Fitting*

Least squares fitting mencari hasil dengan menjumlahkan semua kuadrat dari deviasi Res^2 dari sekumpulan n data

$$Res^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, a_1, a_2, \dots, a_n)]^2 \quad (2.6)$$

dari fungsi f . Perhatikan bahwa prosedur ini tidak meminimalkan penyimpangan aktual dari garis (yang akan diukur tegak lurus terhadap fungsi yang diberikan). Selain itu, meskipun jumlah jarak yang tidak ditentukan mungkin terlihat sebagai jumlah yang lebih tepat untuk diminimalkan, penggunaan nilai absolut menghasilkan turunan terputus-putus yang tidak dapat diperlakukan secara analitik.

Deviasi kuadrat dari setiap titik dijumlahkan, dan residu yang dihasilkan kemudian diminimalkan untuk menemukan garis yang paling cocok. Prosedur ini menghasilkan titik-titik terpencil yang diberi bobot besar secara tidak proporsional.

2.8. Least Square Fitting Polinomial

Generalisasi dari garis lurus (mis., Polinomial tingkat pertama) ke polinomial derajat k

$$f(x) = a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 \quad (2.7)$$

Sedangkan residualnya adalah

$$Res^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0)]^2 \quad (2.8)$$

Dengan turunan parsialnya:

$$\frac{\partial(Res^2)}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0)] = 0 \quad (2.9.a)$$

$$\frac{\partial(Res^2)}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0)] x = 0 \quad (2.9.b)$$

$$\frac{\partial(Res^2)}{\partial a_2} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0)] x^2 = 0 \quad (2.9.c)$$

.....

$$\frac{\partial(Res^2)}{\partial a_{k-1}} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0)] x^{k-1} = 0 \quad (2.9.d)$$

$$\frac{\partial(Res^2)}{\partial a_k} = -2 \sum_{i=1}^n [y_i - (a_k x^k + a_{k-1} x^{k-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0)] x^k = 0 \quad (2.9.e)$$

Menjadi persamaan:

$$a_k \sum_{i=1}^n x_i^k + a_{k-1} \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} + \dots + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i + a_0 n = \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.10.a)$$

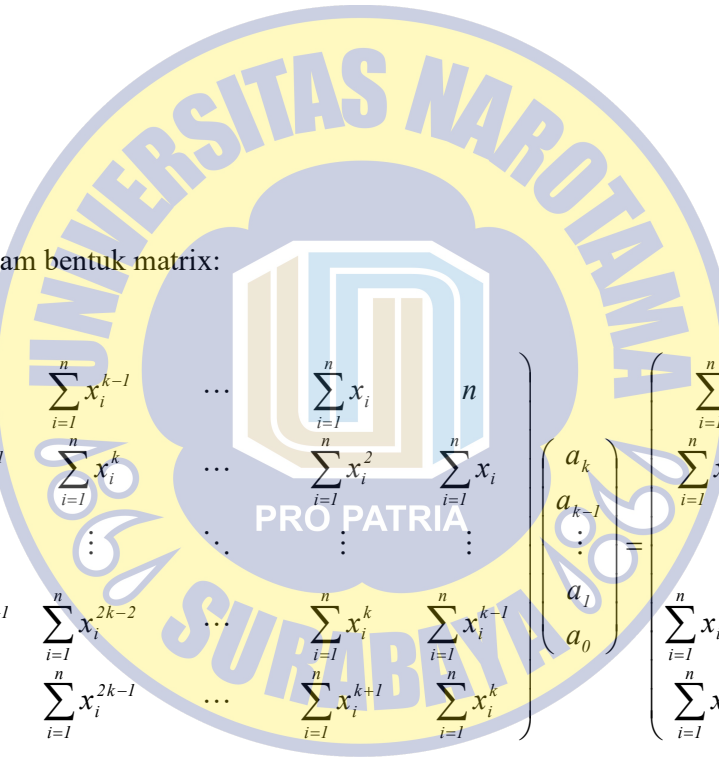
$$a_k \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} + a_{k-1} \sum_{i=1}^n x_i^k + \dots + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^3 + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 + a_0 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i y_i \quad (2.10.b)$$

....

$$a_k \sum_{i=1}^n x_i^{2k-1} + a_{k-1} \sum_{i=1}^n x_i^{2k-2} + \dots + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^k + a_0 \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} = \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} y_i \quad (2.10.c)$$

$$a_k \sum_{i=1}^n x_i^{2k} + a_{k-1} \sum_{i=1}^n x_i^{2k-1} + \dots + a_2 \sum_{i=1}^n x_i^{k+2} + a_1 \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} + a_0 \sum_{i=1}^n x_i^k = \sum_{i=1}^n x_i^k y_i \quad (2.10.d)$$

Atau dalam bentuk matrix:



$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^k & \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} & \dots & \sum_{i=1}^n x_i & n \\ \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} & \sum_{i=1}^n x_i^k & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_i^{2k-1} & \sum_{i=1}^n x_i^{2k-2} & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^k & \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} \\ \sum_{i=1}^n x_i^{2k} & \sum_{i=1}^n x_i^{2k-1} & \dots & \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} & \sum_{i=1}^n x_i^k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_k \\ a_{k-1} \\ \vdots \\ a_1 \\ a_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^k y_i \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Mencari $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$ dengan menggunakan determinan, dengan bantuan Microsoft Excel, dengan fungsi MDETERM(“range”) akan didapat determinan masing – masing:

$$\text{DetA} = \text{Det} (\text{MatA})$$

$$\text{DetA0} = \text{Det} (\text{MatA0})$$

\

$$\text{Det}A1 = \text{Det} (\text{Mat}A1)$$

.....

$$\text{Det}A_k = \text{Det} (\text{Mat}A_k)$$

Dimana:

$$\text{Mat}A = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^k & \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_i & n \\ \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} & \sum_{i=1}^n x_i^k & \cdots & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_i^{2k-1} & \sum_{i=1}^n x_i^{2k-2} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_i^k & \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} \\ \sum_{i=1}^n x_i^{2k} & \sum_{i=1}^n x_i^{2k-1} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} & \sum_{i=1}^n x_i^k \end{pmatrix} \quad (2.12.a)$$

$$\text{Mat}A0 = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^k & \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} & \sum_{i=1}^n x_i^k & \cdots & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i y_i \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_i^{2k-1} & \sum_{i=1}^n x_i^{2k-2} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_i^k & \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i^{2k} & \sum_{i=1}^n x_i^{2k-1} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} & \sum_{i=1}^n x_i^k y_i \end{pmatrix} \quad (2.12.b)$$

$$\text{Mat}A1 = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^k & \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} & \cdots & \sum_{i=1}^n y_i & n \\ \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} & \sum_{i=1}^n x_i^k & \cdots & \sum_{i=1}^n x_i y_i & \sum_{i=1}^n x_i \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_i^{2k-1} & \sum_{i=1}^n x_i^{2k-2} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} y_i & \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} \\ \sum_{i=1}^n x_i^{2k} & \sum_{i=1}^n x_i^{2k-1} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_i^k y_i & \sum_{i=1}^n x_i^k \end{pmatrix} \quad (2.12.c)$$

$$MatAk = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n y_i & \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_i & n \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i & \sum_{i=1}^n x_i^k & \cdots & \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} y_i & \sum_{i=1}^n x_i^{2k-2} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_i^k & \sum_{i=1}^n x_i^{k-1} \\ \sum_{i=1}^n x_i^k y_i & \sum_{i=1}^n x_i^{2k-1} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_i^{k+1} & \sum_{i=1}^n x_i^k \end{pmatrix} \quad (2.12.d)$$

Hasil persamaan simultan:

$$a_0 = DetA0/DetA$$

$$a_1 = DetA1/DetA$$

....

$$a_k = DetAk/DetA$$

Lalu mencari R^2 (r-square):

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n [f(x) - \bar{y}]^2}{\sum_{i=1}^n [y_i - \bar{y}]^2} \quad (2.13.a)$$

Dimana:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad (2.13.b)$$

2.8. Interpolasi Lagrange

Persamaan umum interpolasi Lagrange

$$f(x) = \frac{(x-x_2)(x-x_3)\dots(x-x_n)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)\dots(x_1-x_n)} y_1 + \frac{(x-x_1)(x-x_3)\dots(x-x_n)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)\dots(x_2-x_n)} y_2 \\ + \dots + \frac{(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_{n-1})}{(x_n-x_1)(x_n-x_2)\dots(x_n-x_{n-1})} y_n \quad (2.14)$$

Dimana : $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ dan $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ adalah data data yang ada, sedang x adalah nilai yang dicari.

Tabel 2.6. Tabel Pedoman Perhitungan Interpolasi Lagrange

i	x_i	y_i
1	x_1	y_1
2	x_2	y_2
3	x_3	y_3
....
n-1	x_{n-1}	y_{n-1}
n	x_n	y_n

